Université de Yaoundé I — **Faculté des Sciences**

The University of Yaounde I — **Faculty of Sciences**

Département d'Informatique

INF1211(Numération & Circuits Logiques) : Fiche de TD N°1
13 novembre 2024

Etienne Kouokam

EXERCICE 1 [Nombres entiers positifs.]

1.1 De combien de bits doit-on disposer au minimum pour représenter :

- **1.1.1** Chaque élément d'un ensemble ayant 65536 informations ?
- **1.1.2** Tous les nombres compris entre 0 et 65536 ?

1.2 En expliquant toutes les étapes de calcul suivies, effectuer en binaire pur les opérations suivantes :

1.3.1 $(89)_{10} + (93)_{10}$; **1.3.2** $(89)_{10} - (28)_{10}$; **1.3.3** $(13)_{10} \times (5)_{10}$; **1.3.4** $(13)_{10}/(2)_{10}$

EXERCICE 2 [Complément restreint et complément vrai]

2.1 Déterminez sur le même nombre de bits utilisés, la représentation en compléments logiques et arithmétiques des codes binaires suivants :

	Complément restreint (à 1)	Complément vrai (à 2)	Nombre en base 10
A = 1100 1001			
B = 0011 1111			
C = 0111 0011 0001 0000			
D = 0111 1111 1111 1111			

2.2 Effectuer les opérations suivantes d'abord en complément à 1 puis en complément vrai en précisant si la réponse est correcte ou pas (sur 8 bits pour les deux premières et 16 bits pour les deux dernières) :

2.2.1 $E = A + B$; **2.2.2** $F = A - B$; **2.2.3** $G = C + D$; **2.2.4** $H = D - C$

2.3 Etant donné n bits, quelle est la configuration du plus petit nombre représentable

2.3.1 en complément à 1 ? **2.3.2** En complément à 2 ?

2.4 Effectuer les opérations suivantes comme indiqué puis commenter les résultats obtenus :

2.4.1 En complément à 1 sur 10 bits : -500-11 **2.4.2** En complément à 2 sur 9 bits : 240+18

EXERCICE 3 [Nombres BCD et Hexadécimal]
Effectuer puis expliquer l'opération :

3.1 $(FE3D)_{16} + (AA95)_{16}$ en hexadécimal **3.2** $(811)_{16} + (1947)_{10}$ en BCD

EXERCICE 4 [Nombres en virgule flottante.]

4.1 On considère une représentation binaire normalisée, en virgule flottante sur 8 bits, d'un nombre réel. Dans cette représentation, le bit de poids fort est réservé au signe (0 quand il est positif, 1 quand il est négatif), les 3 bits suivants représentent l'exposant codé en notation biaisée (Biais = 2^{n-1}, où n est le nombre de bits réservés à l'exposant), les 4 derniers bits sont consacrés à la mantisse. On suppose que la technique du bit caché n'est pas utilisée. Dans cette représentation, donner :

4.1.1 La valeur décimale du flottant x ayant pour représentation 0 010 1111

4.1.2 La représentation et la valeur décimale du flottant suivant immédiatement x

4.1.3 Les valeurs décimales du plus petit flottant et du plus petit flottant strictement positif

Dans toute la suite, on considère la norme IEEE 754 simple précision

4.2 Effectuer les opérations suivantes pour chaque op de l'ensemble $\{+, -\}$

4.4.1 9.5 op 1.875

4.4.2 9.875 op 9.525

4.3 Soient les nombres $N_1 = (C0400000)_{16}$ et $N_2 = 0.00625$. A quelle valeur décimale correspondent-ils si le motif utilisé pour leur représentation est la virgule flottante simple précision ?

4.4 Quelle est la précision de cette représentation ?

4.5 Donner la représentation du plus petit réel strictement positif et du plus petit nombre représentable sur cette machine.

4.6 Donner la représentation du plus petit réel >1 et en déduire la plus petite valeur qui puisse être additionné à 1 avec exactitude.

4.7 Soit le motif binaire suivant pour l'exposant : 01111111. quelle est la valeur représentée si on a seulement des 0 pour la mantisse ?

4.8 Soit le motif binaire suivant pour l'exposant : 10000000. quelle est la valeur représentée si on a seulement des 0 pour la mantisse ?

4.9 Soit le motif binaire suivant pour l'exposant : 10000000. quelle est la valeur représentée si on a un 1 pour le poids fort de la mantisse et des 0 pour le reste ?

EXERCICE 5 [Divers]

5.1 Représenter les nombres suivants en virgule flottante (Mantisse Normalisée, Exposant en Complément à 2) dans le format : S Exposant Mantisse sachant qu'om utilise pour cela 1 bit de signe, 5 bits pour l'exposant et 10 bits pour la mantisse.

5.1.1 $N = (0.02F)_{16}$

5.1.2 $N = (0.05A)_{16}$

5.1.3 $N = -(0.05A)_{16}$

5.1.4 $N = (0.0325)_8$

5.1.5 $N_1 = (4.5)_{10}$, $N_2 = (1.F)_{16}$ puis $N_3 = N_1 + N_2$

5.2 On dispose d'une machine où les valeurs numériques réelles sont représentées sur 16 bits (numérotés de 0 à 15) avec :

— une quantité fractionnaire sur 10 bits (0 à 9) correspondant à la mantisse M normalisée ($0.5 \leq M < 1$) ;

— un exposant en complément à 2, codé sur 5 bits (10 à 14) ;

— le bit 15 pour le signe de la mantisse ($0 si M \geq 0$, 1 si $M < 0$).

On suit la représentation : *S Exposant Mantisse*. On vous demande de donner :

5.2.1 Le plus petit et le plus grand nombre positif que l'on peut représenter sur cette machine.

5.2.2 Le plus petit et le plus grand nombre négatif que l'on peut représenter sur cette machine.

EXERCICE 6 [Caractères, Images, Son ... (Quelques tables sont données à la page 3 de cette fiche)]

6.1 Décoder la séquence de caractères ASCII sur 8 bits suivante : 01001001 00100000 01001100 01001111 01010110 01000101 00100000 01011001 01001111 01010101

6.2 Comment transformer le code ASCII sur 8 bits d'une minuscule en son équivalent majuscule ?

6.3 Quelle opération faut-il faire sur l'octet de codage pour passer d'une lettre en minuscule à la même lettre en majuscule ?

6.4 Dans le tableau de la figure 1, le a a pour code 61 : pourquoi ?

6.5 On donne le texte suivant en hexadécimal : 4d 50 53 69 20 21 21. Que signifie-t-il ?

6.6 e code Unicode du symbole euro est le 8364. Donner son codage UTF8

6.7 On a le texte suivant en hexadécimal sous la norme ISO-8859-1 : 6c 61 20 70 72 e9 70 61 20 63 27 65 7374 20 65 78 74 72 61. Que signifie-t-il ?

6.8 On reprend la phrase de la question [6.6]. Sachant que le numéro Unicode du é est le 233, donner sa représentation hexadécimale UTF8. Donner le texte complet sous forme hexadécimale.

6.9 Décoder alors ce texte en supposant qu'il est écrit sous la norme ISO-8859-1. Que remarque-t-on ?

6.10 ϵ est codée en UTF8 par ce b5. Quel est son code Unicode ? Comment se décode-t-il en ISO-8859-1 ?

6.11 Compter le nombre de bits pour coder une image, par exemple 1024 × 1024, en noir ou blanc, puis avec des niveaux de gris de 0 à 255, puis avec un codage RVB, chaque couleur étant sur un octet.

PDF : fr en v • d • m	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
000	NUL	SOH	STX	ETX	EOT	ENQ	ACK	BEL	BS	HT	LF	VT	FF	CR	SO	SI
001	DLE	DC1	DC2	DC3	DC4	NAK	SYN	ETB	CAN	EM	SUB	ESC	FS	GS	RS	US
002	SP	!	"	#	$	%	&	'	(	)	*	+	,	-	.	/
003	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	:	;	<	=	>	?
004	@	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
005	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	[	\	]	^	_
006	`	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o
007	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	{	|	}	~	DEL

FIGURE 1 – Table de caractères Ascii

0xxxxxxx	1 octet pour 1 à 7 bits
110xxxxx 10xxxxxx	2 octets pour 8 à 11 bits
1110xxxx 10xxxxxx 10xxxxxx	3 octets pour 12 à 16 bits
11110xxx 10xxxxxx 10xxxxxx 10xxxxxx	4 bits pour 17 à 21 bits

FIGURE 2 – Codage UTF8

ISO/CEI 8859-1																
	x0	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	xA	xB	xC	xD	xE	xF
0x	*positions inutilisées*															
1x																
2x	SP	!	"	#	$	%	&	'	(	)	*	+	,	-	.	/
3x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	:	;	<	=	>	?
4x	@	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
5x	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	[	\	]	^	_
6x	`	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o
7x	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	{	|	}	~	
8x	*positions inutilisées*															
9x																
Ax	NBSP	¡	¢	£	¤	¥	¦	§	¨	©	ª	«	¬	-	®	¯
Bx	°	±	²	³	´	µ	¶	·	¸	¹	º	»	¼	½	¾	¿
Cx	À	Á	Â	Ã	Ä	Å	Æ	Ç	È	É	Ê	Ë	Ì	Í	Î	Ï
Dx	Ð	Ñ	Ò	Ó	Ô	Õ	Ö	×	Ø	Ù	Ú	Û	Ü	Ý	Þ	ß
Ex	à	á	â	ã	ä	å	æ	ç	è	é	ê	ë	ì	í	î	ï
Fx	ð	ñ	ò	ó	ô	õ	ö	÷	ø	ù	ú	û	ü	ý	þ	ÿ

FIGURE 3 – Table de caractères ISO-8859-1

6.12 Quelle est la définition d'une feuille scannée de largeur 6,5 pouces, de hauteur 9 pouces en 400 dpi ?

6.13 Carte graphique.

6.13.1 Calculer, pour chaque définition d'image et chaque couleur, la taille mémoire nécessaire à l'affichage.

Définition de l'image	**Noir et blanc**	**256 couleurs**	**65000 couleurs**	**True color**
320x200				
640x480				
800x600				
1024x768				

6.13.2 Que signifie la valeur 2.3 Mo dans le tableau résultat ?

6.14 Compression

6.14.1 Une image de couleur a pour format : 360 X 270. Elle est enregistrée en bitmap 8 bits. Quelle est sa taille sur le disque dur (détaillez les calculs) ?

6.14.2 Une image noir et blanc de format 1024 X 1024 est enregistrée en JPG. Le taux de compression est de 50%. Quelle est sa taille sur le disque dur (détaillez les calculs) ?

6.15 Appareil photo

L'appareil numérique FinePix2400Z (Fujifilm) permet la prise de vue avec trois résolutions :

a 640x480 pixels ;

b 1280x960 pixels ;

c 1600x1200 pixels.

Calculez pour chaque type de résolution la taille de l'image non-compressée.

EXERCICE 7 **[Autres Représentations ...]**

7.1 Un registre de 32 bits contient un nombre BCD. De gauche à droite, 1e bit contient le signe les bits 1 à 7 contiennent l'exposant représenté sous forme biaisée, le 8e bit représente le signe de la mantisse (1 pour le – et 0 pour le +), les 9 à 32 représentent la mantisse, normalisée.
Dans ce contexte, donner la représentation, puis la valeur décimale du

7.1.1 plus grand nombre positif,

7.1.2 plus petit nombre positif,

7.1.3 plus grand nombre négatif,

7.1.4 plus petit nombre négatif.

7.2 Un registre de 38 bits contient un nombre représenté en excédant-3 comme suit de gauche à droite : les bits 1 à 9 contiennent l'exposant représenté en complément à 2 ; le 10e bit représente le signe de la mantisse (0 pour le positif, 1 pour le négatif), les bits 11 à 38 représentent la mantisse (normalisée).

7.2.1 Donner la représentation du plus petit nombre positif et du plus grand nombre négatif et exprimer chacun en décimal

7.2.2 Donner la représentation des nombres décimaux suivants : 215.75, -0.025

7.3 Soit une représentation flottante normalisée en base β, mantisse de t chiffres et exposant e tel que $-N \leq e \leq M$, où M et N sont des entiers donnés.
Exprimer en fonction de M, N, β et t le plus petit et le plus grand nombre sans signe représentable.

EXERCICE 8 **[Précision ?]**

La fonction cosinus peut s'exprimer sous forme de série de Taylor comme suit :
$cos(X) = \sum_{i=0}^{\infty}(-1)^k \frac{X^{2k}}{(2k)!} = 1 - \frac{X^2}{2!} + \frac{X^4}{4!} - \frac{X^6}{6!} + \ldots = \sum_{i=0}^{\infty} a_k$, où $a_k = (-1)^k \frac{X^{2k}}{(2k)!}$

8.1 montrer que l'on peut évaluer cette série sans faire usage du factoriel. (indications : établir une relation entre a_{k+1} et a_k qui ne fait intervenir que x et k)

8.2 Pour un x donné on voudrait calculer une approximation de cos(x) avec une précision ϵ, par la série tronquée $Z = \sum_{k=0}^{M} a_k$ où M est choisi tel $|a_{M+1}| \leq \epsilon$ que on démontre que pour une série convergente dont les termes alternent en signe, l'erreur de l'approximation vérifie $|cos(X) - \sum_{k=0}^{M} a_k| \leq \epsilon$ dès que $|a_{M+1}| \leq \epsilon$. Donner un algorithme itératif pour le calcul de l'approximation pour un x et ϵ donnés.

EXERCICE 9 **[Codage]**

9.1 Vous voulez envoyer le mot 1011.

9.1.1 Quels bits de contrôle devez-vous lui adjoindre et quelle séquence transmettrez-vous alors si vous vous servez du code de Hamming 7-4 ?

9.1.2 Y a-t-il une erreur dans le mot suivant (Hamming 7-4) : 1101101 ?

9.2 Soit un mot de Hamming 15-11 suivant : 101101111011011

9.2.1 Quels sont les bits de contrôle de parité ?

9.2.2 Quelles positions contrôle chacun de ces bits ?

9.2.3 Quel est le message reçu ?

9.2.4 Le message reçu est-il celui transmis ?

9.3 Un équipement récepteur reçoit l'information suivante : 0011001.

9.3.1 Dites si une erreur de transmission s'est produite et si oui sur quel bit.

9.3.2 Même question pour 0101001.