



U.V : Economie du risque et de l'incertain (MASTER 1)
Exercices de Révision des chapitres 1 et 2

Exercice 1

1.1. Enoncer brièvement le critère de PASCAL et déterminez laquelle de ces deux loteries vous choisirez en utilisant ce critère $L_A \sim \left(1000, 0; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ et

$$L_B \sim \left(600, 200; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

- 1.2. Expliquez brièvement la notion de paradoxe de Saint Petersburg.
- 1.3. Donner une présentation succincte du critère de MARKOWITZ
- 1.4. En quoi le critère de PASCAL prolonge-t-il le critère de MARKOWITZ ?
- 1.5. Expliquez brièvement la notion de paradoxe d'ELLSBERG.
- 1.6. Expliquez brièvement le concept de « probabilité subjective ».
- 1.7. Supposons un jeu de dé auquel on gagne 100 fois le numéro sorti. Quelle est votre espérance de gain ?
- 1.8. Supposons un jeu de dé auquel on gagne 100 fois le numéro sorti. Quelle est votre espérance de gain : 350Frs, 100Frs, 600Frs, ou 300Frs ?
- 1.9. Supposons que dans une partie de PILE ou FACE vous gagnez 1000FCFA si FACE sort. Il vous est demandé 550 FCFA comme frais de participation. Ce billet coûte-t-il plus que l'espérance des gains ?
- 1.10. Quelle est votre espérance de gain si vous achetez un billet d'une loterie qui a émis 1.000 billets, sachant que parmi ces billets se trouvent 10 lots gagnants, dont un lot de 5000 Frs, deux lots de 1500Frs, deux lots de 500Frs et cinq lots de 200Frs ?

Exercice 2

Une urne contient 90 boules, dont 30 rouges, les autres étant noires ou jaunes, dans des proportions inconnues. Quatre loteries sont alors construites, rapportant 10000 FCFA si une boule rouge est tirée (**loterie A**), 10000 FCFA si une boule noire est tirée (**loterie B**), 10000 FCFA si une boule rouge ou jaune est tirée (**loterie C**), 10000 FCFA si une boule noire ou jaune est tirée (**loterie D**), et 0 sinon. Des personnes interrogées sur leur préférence entre A à B d'une part, et C et D d'autre part, choisissent en majorité A plutôt que B, et D plutôt que C.

- 2.1. Démontrez en quoi ces choix sont paradoxaux
- 2.2. Quel paradoxe est illustré à travers cet exemple ?
- 2.3. Considérons une fonction positive strictement croissante et la fonction d'utilité espérée définie telle que $U(W) = pu(x) + (1-p)u(y)$. Démontrer que la fonction $V = g(U) = \alpha + \beta U$ avec $\beta \geq 0$ vérifie la propriété d'utilité espérée.

Exercice 3

Un entrepreneur doit choisir entre deux projets d'investissement A et B. Ces deux projets coûtent chacun 400 F. La matrice des cash-flows est donnée selon les états de la nature.

Etats de la nature (probabilité)	Projet A	Projet B
Récession (0,2)	500	0
Stagnation (0,6)	600	600
Croissance (0,2)	700	1200

3.1. Construire l'histogramme des cash-flows.

3.2. Calculer l'espérance mathématique des cash-flows et déterminer quel investissement choisir.

3.3. On suppose que les cash-flows suivent une loi normale. Représenter les cash-flows des projets A et B sur un même graphique.

Exercice 4

Soient deux projets d'investissements dont les cash-flows sont les suivants selon les états de la nature. En s'appuyant sur le critère de décision de Markowitz, quel investissement choisir ?

	états de la nature	probabilité	cash-flows
Projet A	a	0,20	250
	b	0,60	300
	c	0,20	350
Projet B	a	0,20	0
	b	0,60	300
	c	0,20	600

EXERCICE 5 :

On vous donne l'information suivante. « Voici deux urnes ; la première contient 100 boules rouges et 100 boules noires et la seconde contient 200 boules rouges et noires mais dans une proportion indéterminée. On s'apprête à tirer une boule dans l'une des deux urnes ; le joueur a le choix entre deux paris sur la couleur de la boule qui sera tirée ; il recevra 10.000 FCFA s'il gagne son pari et rien s'il perd ».

1^{ère} Etape : le joueur a le choix entre les deux paris suivants

R1 : je parie avec une probabilité subjective α_1 que la boule est rouge si elle est tirée de l'urne 1.

R2 : je parie avec une probabilité subjective α_2 que la boule est rouge si elle est tirée de l'urne 2.

2^e Etape : on demande maintenant au joueur de choisir entre les paris suivants

N1 : je parie avec une probabilité subjective π_1 que la boule est noire si elle est tirée de l'urne 1.

N2 : je parie avec une probabilité subjective π_2 que la boule est noire si elle est tirée de l'urne 2.

Sachant que l'individu a une richesse initiale ω et que ses préférences sont représentées par une fonction d'utilité $U(\cdot)$.

5.1 : Pour chaque évènement, écrivez l'utilité de parier sur ledit évènement.

5.2 : Sachant que beaucoup de ceux qui ont préféré R1 à R2 préfèrent également N1 à N2, en déduire la relation entre α_1 et α_2 ainsi que celle entre π_1 et π_2 .

5.3: Démontrer explicitement la contradiction.

EXERCICE 6

Un entrepreneur doit choisir entre deux projets d'investissement. Chacun de ces projets a un coût initial de 400F. La matrice des cash-flows associés à ces projets est donnée selon les états de la nature comme suit.

Etats de la nature (probabilité)	Projet A	Projet B
Récession (0,2)	200	0
Stagnation (0,5)	240	200
Croissance (0,3)	280	480

6.1. Quel investissement choisir en s'appuyant sur le critère de décision de Pascal ?

6.2. Quel investissement choisir en s'appuyant sur le critère de décision de Markowitz?

EXERCICE 7

Un individu dispose d'une richesse certaine Ω et d'une richesse incertaine. Sa richesse incertaine est une voiture d'une valeur V . Cette voiture peut être volée avec une probabilité P . Cet individu a le choix entre se couvrir contre ce risque et ne pas se couvrir. S'il choisit de se couvrir, la compagnie d'assurance lui demandera de payer une prime d'assurance d'une valeur b . Dans ce cas, la compagnie lui versera une indemnité d'une valeur i en cas de vol. On suppose qu'en cas de vol, la voiture ne sera jamais retrouvée. Supposons que $b = \beta i$ avec $\beta > 0$.

7.1. Commenter l'écriture $b = \beta i$

7.2. Présenter la situation de l'individu sous forme d'arbre de décision ou de loterie en prenant soin de calculer sa richesse finale selon les différentes éventualités.

7.3. Supposons que l'individu décide de se couvrir. Ecrire l'indemnité à laquelle il a droit sous forme de loterie.

7.4. Calculer l'espérance mathématique de cette indemnité.

EXERCICE 8

Un marchand ambulant a comme décisions possibles de remplir son chariot de : **glaces ; boissons ; jouets ;** ou **journaux**. Les états du monde qui peuvent se produire sont : **Beau temps ; Temps couvert** ou **Pluie**. Dans chaque case, on porte les profits attendus par le marchand ambulant. **Il vous est demandé ce qui suit.**

	BEAU TEMPS	TEMPS COUVERT	PLUIE
<i>Glaces/ Ice cream</i>	500	100	0
<i>Boissons / Drinks</i>	250	800	350
<i>Journaux / Newspapers</i>	150	400	800
<i>Jouets/ Toys</i>	600	300	260

8.1. Construire un tableau permettant de choisir la solution optimale selon les critères de LAPLACE, WALD, MINIMAX-REGRET et PASCAL

8.1. Définir le critère de LAPLACE et donner la solution optimale selon ce critère

- 8.3. Définir le critère de WALD et donner la solution optimale selon ce critère
 8.4. Définir le critère du Minimax regret et donner la solution optimale selon ce critère
 8.5. Définir le critère de PASCAL et donner la solution optimale selon ce critère, sachant que $prob(Beau Temps)=0.5$; $prob(Temps Couvert) =0.3$; $prob(Pluie) = 0.2$.

Exercice 9

En considérant les trois actions (a_1 ; a_2 ; a_3) dont les informations sont résumées ci-dessous. Utiliser le **critère d'Espérance- Variance de Markowitz** pour trouver la décision optimale de l'agent économique (suivant les 3 règles).

$$E(a_1) = 6 \quad \sigma(a_1) = 12,73$$

$$E(a_2) = 27 \quad \text{et} \quad \sigma(a_2) = 15,59$$

$$E(a_3) = 36,75 \quad \sigma(a_3) = 20,01$$

Conclure lorsque $\lambda = 0.935$

EXERCICE 10

L'on tire de manière aléatoire un échantillon de 1500 CAMEROUNAIS, nouvellement recrutés à la fonction publique parmi les « 25 000 diplômés », que l'on soumet aux loteries suivantes.

SITUATION N°1 : En supposant que leurs revenus sont de 30 000 FCFA plus élevés que ceux d'avant leur recrutement, on leur fait la proposition suivante :

Option A1 : Recevoir « un gain certain de 10 000 FCFA »

Option B1 : Recevoir un ticket de tombola ayant « 50% de chances de gagner 20 000 FCFA et 50% de ne rien gagner »

SITUATION N°2 : Maintenant, En supposant que leurs revenus sont de 50 000 FCFA plus élevés que ceux d'avant leur recrutement, on leur fait la proposition suivante :

Option A2 : Perdre de manière certaine la somme de 10 000 FCFA

Option B2 : Recevoir un ticket de tombola ayant « 50% de chances de perdre 20 000 FCFA et 50% de ne rien perdre »

On se rend compte qu'un grand nombre d'entre vous choisissent A1 et B2.

10.1. Donnez une interprétation de la préférence pour A1

10.2. Donnez une interprétation de la préférence pour B2

EXERCICE 11

Considérons un individu qui veut effectuer un investissement immobilier et qui se pose la question de savoir s'il faut investir dans une résidence, un immeuble, des appartements, ou ne faire aucun investissement. ? Sachant que la réponse à sa question dépend de l'état du marché immobilier (Fort, Moyen, Faible) l'on a la matrice de gains suivante.

DECISIONS (D)	ETATS (S)		
	<i>FORT</i>	<i>MOYEN</i>	<i>FAIBLE</i>
<i>RESIDENCE</i>	550	110	-310
<i>IMMEUBLE</i>	300	129	-100
<i>APPARTEMENTS</i>	200	100	-32
<i>AUCUN</i>	0	0	0

11.1. Définir le critère de SAVAGE et classer les choix en fonction de ce critère en utilisant tour à tour la version « SOMME DES REGRETS » et la version « MINIMAX REGRET ».

11.2. Définir le critère du MAXIMAX et classer les choix en fonction de ce critère

11.3. Définir le critère du MAXIMIN et classer les choix en fonction de ce critère

EXERCICE 12

Considérons les trois décisions et quatre états de la nature équiprobables représentés par la matrice d'information suivante.

Actions\états	e ₁	e ₂	e ₃	e ₄
a ₁	2000	2500	4000	10000
a ₂	500	3000	5000	12500
a ₃	4000	5000	7500	0

12.1. Comparer les trois actions selon le critère du MAXIMIN

12.2. Comparer les trois actions selon le critère du MAXIMAX

12.3. Comparer les trois actions selon le critère de SAVAGE en utilisant tour à tour la version « SOMME DES REGRETS » et la version « MINIMAX REGRET ».

12.4. Classer ces trois actions selon le critère de l'espérance mathématique

12.5. Comparer les trois actions selon le critère de l'espérance-variance

12.6. Supposons à présent que les états de la nature ont les probabilités de réalisation suivantes : $p(e_1) = 0,20$; $p(e_2) = 0,25$; $p(e_3) = 0,40$; $p(e_4) = 0,15$. Classer ces actions selon les critères d'ESPERANCE MATHEMATIQUE et d'ESPERANCE-VARIANCE pour $\lambda = 1$.

EXERCICE 13

Une société productrice de biens de grande consommation occupe (28%) du camerounais contre (47%) et (20%) pour ses deux principaux concurrents et (5%) pour quelques entreprises marginales. Désireuse d'accroître sa part de marche et son profit, la société envisage quatre stratégies (actions) possibles :

- a_1 : lancer un produit nouveau ;
- a_2 : lancer une campagne publicitaire pour les produits existants ;
- a_3 : mener une campagne de promotion des ventes pour ces mêmes produits ;
- a_4 : pratiquer une politique de baisse des prix.

Au terme d'une analyse de la concurrence les dirigeants de la société sont amenés à considérer que la réaction des concurrents peut prendre trois formes :

- e_1 : la concurrence réagit vite et avec vigueur à l'offensive menée par la société;
- e_2 : la concurrence riposte fermement mais toutefois sans agressivité ;
- e_3 : la concurrence ne réagit que faiblement aux initiatives prises par la société.

Enfin, après avoir analysé les conséquences financières de chacune des stratégies dans le cadre de chacun des états de la nature, les dirigeants aboutissent à la matrice des gains suivants :

Actions\états	e ₁	e ₂	e ₃
a ₁	-600.000	400.000	1.100.000
a ₂	-50.000	100.000	300.000
a ₃	-400.000	200.000	700.000
a ₄	-100.000	300.000	800.000

13.1. Supposons que nous sommes en univers incertain : déterminer l'action à choisir pour chacun des critères suivants : *LAPLACE, WALD, MAXIMAX, SAVAGE, HURWITZ, et MOYENNE-VARIABILITE.*

13.2. Supposons que nous sommes en univers certain et que $P(e_1)=0,25$; $P(e_2)=0,5$ et $P(e_3)=0,25$: déterminer l'action à choisir pour chacun des critères suivants : *PASCAL, BERNOULLI et MARKOWITZ.*

EXERCICE 14

Considérons les cinq loteries A, B, C, D et E suivantes. Dire s'il y a ou non un critère objectif (et quel est ce critère) qui permettrait de comparer objectivement au moins deux loteries parmi ces cinq loteries. Faire une analyse complète

$$A = \begin{cases} 175 & 25 \\ 0.5 & 0.5 \end{cases} ; \quad B = (0.5 \odot 450; 0.5 \odot 24) ; \quad C = \begin{cases} 50 & 0 \\ 0.999 & 0.001 \end{cases}$$

$$D = \begin{cases} 175 & 50 & 0 \\ 0.25 & 0.25 & 0.5 \end{cases} ; \quad E = (0.75 \odot 175; 0.25 \odot 26) ;$$